

Übungsaufgaben Kapitel 6 & 7

Lösungen

Prof. Dr. Torben Kuhlenkasper

Aufgabe 1

Gegeben ist die Wahrscheinlichkeitsfunktion:

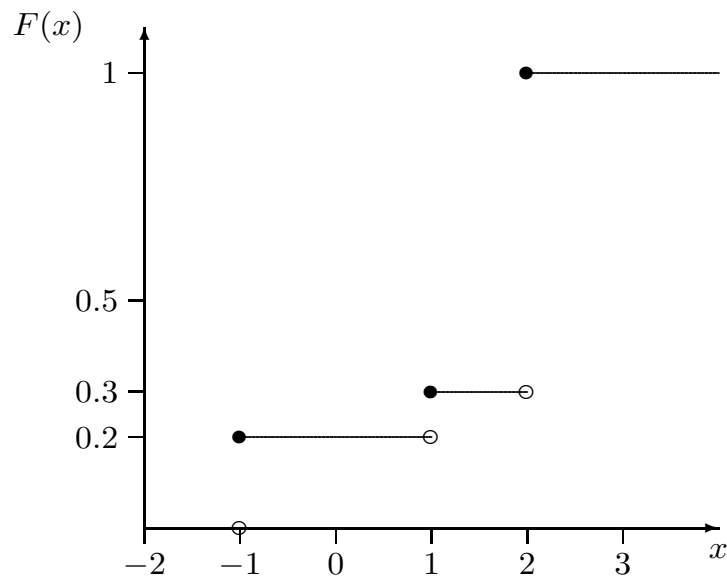
x	-1	1	2
$P(X = x)$	0.2	0.1	0.7

Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion von X , und berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung von X .

Die Verteilungsfunktion von X ergibt sich als

x	-1	1	2
$P(X = x) = f(x)$	0.2	0.1	0.7
$P(X \leq x) = F(x)$	0.2	0.3	1

Daraus ergibt sich folgende graphische Darstellung:



Für den Erwartungswert bei einer diskreten Zufallsvariablen X gilt allgemein:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$$

und hier

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^3 x_i \cdot P(X = x_i) \\ &= -1 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.7 = 1.3 \end{aligned}$$

Die Varianz ergibt sich bei einer diskreten Zufallsvariablen X allgemein als:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

mit

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \cdot P(X = x_i)$$

Hier ergibt sich:

$$E(X^2) = 1 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.1 + 4 \cdot 0.7 = 3.1$$

Somit erhalten wir:

$$Var(X) = 3.1 - 1.3^2 = 1.41$$

und für die Standardabweichung

$$\sqrt{Var(X)} = 1.187$$

Aufgabe 2

Die Firma Dr. L. GmbH hat sich auf die Produktion von Statistiklehrbüchern spezialisiert. Für die Produktion des neuesten Titels "Datenfreie Statistik" hat die Firma die Wahl zwischen den zwei Standorten Leipzig und Dresden. Leider hängt die jährliche Produktion an Büchern von vielen zufälligen Faktoren ab und kann nicht genau bestimmt werden. Bezeichne L die Zufallsvariable "produzierte Stückzahl in Leipzig" und D die Zufallsvariable "produzierte Stückzahl in Dresden". Die beiden folgende Tabellen geben die Wahrscheinlichkeitsfunktionen für die jährliche Produktion in Leipzig und Dresden (in 1000 Stück) an.

l	2	3	4	5
$P(L=l)$	0.4	0.3	0.2	0.1

d	1	2	3	4
$P(D=d)$	0.1	0.4	0.4	0.1

- (a) Bestimmen Sie für beide Standorte die Wahrscheinlichkeit, dass
- mehr als 3000 Bücher produziert werden.
 - mindestens 4000 Bücher produziert werden.
 - zwischen 3400 und 4500 Bücher produziert werden.
- (b) Bestimmen Sie für beide Standorte die erwartete Anzahl an produzierten Büchern.
- (c) Für welchen Standort entscheiden Sie sich, wenn Sie die erwartete Anzahl an produzierten Büchern maximieren wollen.

(a) Für Leipzig erhält man

$$P(L > 3) = P(L = 4) + P(L = 5) = 0.2 + 0.1 = 0.3$$

$$P(L \geq 4) = P(L = 4) + P(L = 5) = 0.2 + 0.1 = 0.3$$

$$P(3.4 \leq L \leq 4.5) = P(L = 4) = 0.2$$

Für Dresden ergibt sich:

$$P(D > 3) = P(D = 4) = 0.1$$

$$P(D \geq 4) = P(D = 4) = 0.1$$

$$P(3.4 \leq D \leq 4.5) = P(D = 4) = 0.1$$

(b) Es gilt:

$$\begin{aligned} E(L) &= 2 \cdot P(L = 2) + 3 \cdot P(L = 3) + 4 \cdot P(L = 4) + 5 \cdot P(L = 5) \\ &= 2 \cdot 0.4 + 3 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(D) &= 1 \cdot P(D = 1) + 2 \cdot P(D = 2) + 3 \cdot P(D = 3) + 4 \cdot P(D = 4) \\ &= 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.4 + 3 \cdot 0.4 + 4 \cdot 0.1 \\ &= 2.5 \end{aligned}$$

In Leipzig werden also im Durchschnitt 3000 Bücher hergestellt, in Dresden 2500.

(c) Die erwartete Produktionsmenge ist in Leipzig höher als in Dresden. Daher entscheidet man sich für Leipzig.