

Übungsaufgaben Kapitel 10

Prof. Dr. Torben Kuhlenkasper

Aufgabe 1

An der Münchener U-Bahn-Station “Universität” verkehren zwei Linien tagsüber jeweils im 10-Minuten-Takt, wobei die U3 drei Minuten vor der U6 fährt. Sie gehen gemäß einer stetigen Gleichverteilung nach der Vorlesung zur U-Bahn. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß als nächstes die Linie U3 fährt?

Aufgabe 2

In der Bibliothek der Hochschule ist der einzige Fotokopierer ausgefallen. Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um den Fotokopierer zu reparieren, ist bekannt, daß diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 3$ folgt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß der Techniker

- (a) höchstens eine Viertelstunde,
- (b) zwischen 0.5 und 0.75 Stunden,
- (c) mehr als 1 Stunde

für die Reparatur benötigt.

Aufgabe 3

In einer Klinik wird eine Studie zum Gesundheitszustand von Frühgeburten durchgeführt. Das Geburtsgewicht X eines in der 28ten Schwangerschaftswoche geborenen Kindes wird als normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert $1000g$ und Standardabweichung $50g$ angenommen.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein in der 28ten Schwangerschaftswoche geborenes Kind ein Gewicht zwischen 982 und $1050 g$ hat?
- (b) Bestimmen Sie das 10 %-Quantil des Geburtsgewichts. Was sagt es aus?

Aufgabe 4

Ein genormter Eingangstest zum Studium sei normalverteilt mit $\mu = 150$ und $\sigma = 36$.

- (a) Skizzieren Sie die Dichte dieser Verteilung.
- (b) Zeichnen Sie jeweils die folgenden Wahrscheinlichkeiten als Fläche unter der Dichte ein, und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, Werte zu erreichen, die
 - (b1) kleiner sind als 140,
 - (b2) nicht im Bereich von 114 bis 190 liegen,
 - (b3) größer sind als 175,
- (c) Bestimmen Sie den 10 %-Quantilwert, und fassen Sie in Worte, was er aussagt.

Aufgabe 5

Welche approximativen Verteilungen besitzen die folgenden Zufallsvariablen?

- (a) Der Frauenanteil an der Gesamtzahl der Beschäftigten liegt im Land NRW bei 41.4 %. X_1 sei die Anzahl der Frauen unter 100 zufällig ausgewählten Beschäftigten dieses Landes.
- (b) Eine Pharmagroßhandlung beliefert täglich 500 Apotheken. Die Wahrscheinlichkeit einer Reklamation beträgt bei allen Apotheken (unabhängig voneinander) 0.02. X_2 sei die Anzahl der Reklamationen an einem Tag.
- (c) Ein Mann, der jeden Morgen mit dem Bus zur Arbeit fährt, hat oftmals das Pech, daß die ankommenden Busse überfüllt sind und weiterfahren. Er weiß aus Erfahrung, daß die Anzahl der an einem Morgen vorbeifahrenden Busse Poisson-verteilt ist mit Erwartungswert 1. Sei X_3 die Anzahl der pro Halbjahr (=100 Arbeitstage) vorbeifahrenden Busse.

Aufgabe 6

Welche Verteilungen besitzen die folgenden Zufallsvariablen:

- (a) Die Anzahl der Richtigen beim Lotto "6 aus 49" (X_1).
- (b) Die Anzahl der Richtigen beim Fußballtoto, wenn alle Spiele wegen unbespielbarem Platz ausfallen und die Ergebnisse per Los ermittelt werden (X_2).
- (c) Die Anzahl von Telephonanrufen bei einer Kundenhotline während einer Stunde (X_3).
- (d) In einer Urne mit 100 Kugeln befinden sich 5 rote Kugeln. X_4 sei die Anzahl der roten Kugeln in der Stichprobe, wenn 10 Kugeln auf einen Schlag entnommen werden.
- (e) Die Anzahl der Studenten, die den Unterschied zwischen der Binomial- und der hypergeometrischen Verteilung verstanden haben, unter 10 zufällig ausgewählten Hörern einer Statistikveranstaltung, an der 50 Studenten teilnehmen (X_5).
- (f) Die Stückzahl eines selten gebrauchten Produkts, das bei einer Lieferfirma an einem Tag nachgefragt wird (X_6).

Aufgabe 7

In einer Tüte befinden sich zehn Pralinen: vier aus Nougat und sechs aus Marzipan. Hein, der absolut keine Nougat-Pralinen mag, darf nun drei Pralinen zufällig (ohne Zurücklegen) auswählen.

- (a) Wie ist die Anzahl X gezogener Marzipan-Pralinen verteilt? Wieviele Marzipan-Pralinen kann Hein erwarten?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Hein

- (b) genau 3 Marzipan-Pralinen zieht?
(c) mindestens 1 Marzipan-Praline zieht?

Aufgabe 8

Ein Student behauptet schmecken zu können, ob der Kaffee beim Eingießen auf die Milch gegeben wurde oder umgekehrt. Er erklärt sich auch zu einem Experiment bereit. Eine Person füllt zehn Tassen mit Milch und Kaffee. Bei jeder Tasse entscheidet er rein zufällig, ob zuerst die Milch oder zuerst der Kaffee in die Tasse gegeben wird. Nachdem alle Tassen gefüllt sind, wird der Student ins Zimmer gelassen und darf probieren. Nehmen Sie an, er rät nur und tippt bei jeder Tasse (jeweils unabhängig von den anderen) mit Wahrscheinlichkeit 0.5 auf die richtige Reihenfolge von Kaffee und Milch. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, daß er mindestens achtmal richtig tippt?